

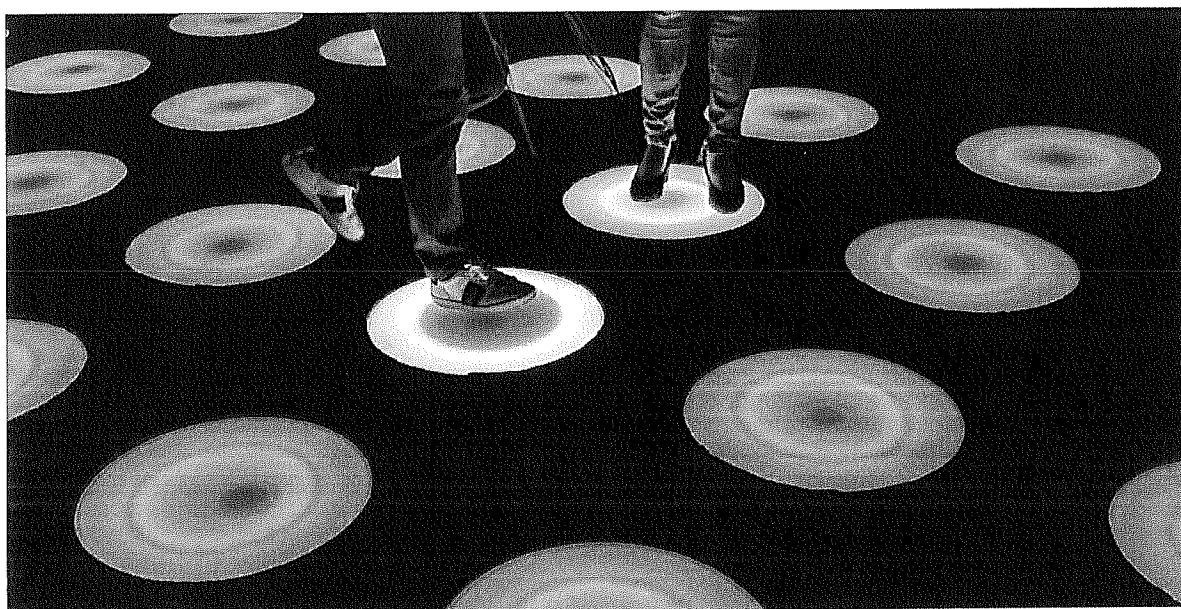


La estructura matemática común del ruido, la difusión de oxígeno y los LED

Tres aspectos en los que intervienen distintos campos de investigación: análisis armónico, ecuaciones en derivadas parciales y geometría

MARCEL FILOCHE

3 JUL 2018 - 14:07 CEST



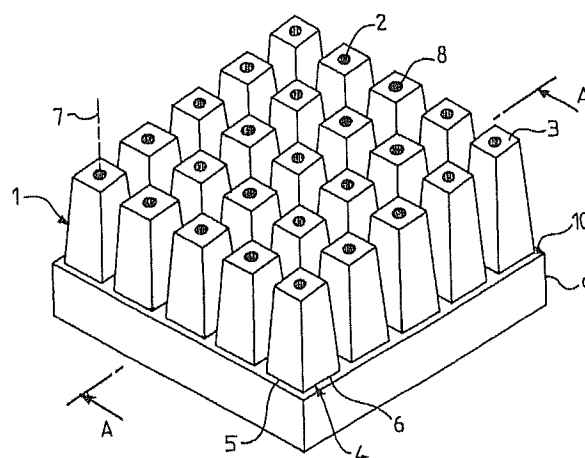
Dos personas recorren una instalación de arte con luces LED durante la presentación de una experiencia interactiva Pop-art 'Luces y Arte' en Kuala Lumpur, Malasia. AHMAD YUSNI (EFE)

¿Cuál es la relación entre la difusión de oxígeno en el cuerpo humano, el funcionamiento de un panel acústico para reducir el ruido y el comportamiento de los electrones en los diodos emisores de luz (LED, por sus siglas en inglés)? A primera vista, no mucha. Operan a escalas completamente diferentes (decenas de micras, metros y nanómetros, respectivamente), y su naturaleza física está separada por kilómetros de distancia. Sin embargo tienen en común una estructura matemática

subyacente, en la que intervienen distintos campos de investigación: análisis armónico, ecuaciones en derivadas parciales y geometría.

Como consecuencia de este fondo matemático compartido, los modelos que describen estos sistemas son similares y permiten anticipar fenómenos análogos en todos ellos. De esta manera, cuando respiramos, el oxígeno atraviesa la barrera alveolar, una superficie muy intrincada, que extendida alcanza los 100 m², para llegar a la sangre. Como hemos demostrado Bernard Sapoval (Ecole Polytechnique) y yo, en este proceso las moléculas tienden a concentrarse en ciertas regiones específicas de la interfaz de los alveolos, y evitan otras totalmente. Esta característica juega un papel clave en la comprensión de la robustez del pulmón.

Los paneles acústicos para reducir el ruido funcionan de manera similar. Para amortiguar los sonidos no deseados se ponen en su camino obstáculos hechos de material absorbente. Estos son, por ejemplo, los muros que se pueden ver a los lados de grandes carreteras o autopistas, para proteger el vecindario del tráfico. El caso es que una pared con una geometría complicada, llena de protuberancias y hendiduras, funciona de manera mucho más eficiente para absorber la energía acústica que una superficie plana hecha del mismo material. Efectivamente, la propagación de las ondas no es uniforme, sino que se concentran y se capturan en recovecos donde finalmente son absorbidas. Ahí yace el secreto de la eficacia de la pared Fractal®, diseñada a partir de ideas matemáticas.



Por último, también estas matemáticas nos permiten entender cómo se mueven los electrones a través de la estructura atómica de la materia, en concreto en los LED. Los LED funcionan confinando los electrones en

lugares específicos a través de capas de diferentes materiales semiconductores, donde son capturados por átomos, emitiendo en el proceso su exceso de energía en forma de luz. Los materiales utilizados en los LED son aleaciones cuya composición puede variar mucho de un lugar a otro, y cuyas interfaces son desordenadas y tienen una alta complejidad geométrica. A nivel atómico los electrones son también ondas cuánticas (que se propagan, difractan e interfieren entre ellas), y en este contexto intentan abrirse camino a través de un paisaje muy accidentado, como hemos descrito Svitlana Mayboroda (University of Minnesota) y yo en un trabajo reciente.

En términos matemáticos, las ecuaciones que rigen la evolución de todos estos sistemas tienen muchas similitudes. Todas son ecuaciones en derivadas parciales elípticas que contienen el mismo operador diferencial. Un operador diferencial es la generalización de la *derivada* de una función, pero en espacios con varias dimensiones, que proporciona información no solo del valor de la función, sino también de la forma en que varía la función en cada punto. Además, todas las ecuaciones son lineales. Esto quiere decir, utilizando el primer ejemplo, que se puede agregar a una población existente de moléculas de oxígeno, nuevas moléculas de oxígeno y toda la población se difundirá de acuerdo con la misma ecuación. En el segundo ejemplo nos permite superponer ondas acústicas (o sonidos diferentes) y la suma formará una onda acústica (un sonido nuevo). Incluso se pueden superponer ondas cuánticas: esta es una característica clave de la física cuántica. Asimismo es necesario considerar que todos los procesos ocurren en un entorno muy complejo (interfaces intrincadas entre dos medios o materiales diferentes, desorden, fluctuaciones); y esta complejidad geométrica cambia toda la evolución del sistema.

Por ello, es imprescindible emplear herramientas de diferentes campos. Por un lado, ideas del análisis armónico, que se ocupa de la representación de funciones como superposición de ondas básicas (armónicos); por otro, se requieren las herramientas propias para estudiar ecuaciones en derivadas parciales elípticas; y también conocimientos sobre estructuras geométricas

llamadas *campos laplacianos*. Este campo es de gran relevancia en física ya que aparece en las ecuaciones de onda (ecuación de Maxwell, ecuación de Schrödinger, ecuación de Dirac, ondas acústicas) y en las que involucran operadores elípticos (ecuaciones de difusión, ecuación de Poisson).

Uniendo estas tres disciplinas es posible estudiar propiedades matemáticas intrínsecas de la geometría de estas ecuaciones elípticas y así ser capaces de aumentar la absorción de las estructuras de reducción de ruido optimizando la forma de la pared para controlar la propagación de las ondas, enfocándolas en algún lugar o, al contrario, expulsándolas de lugares específicos; o mejorando el diseño de los LED que serán, probablemente, una de nuestras principales fuentes de luz de baja energía en el futuro.

Marcel Filoche es investigador en el Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (École Polytechnique)

Traducción y edición: **Ágata Timón** (ICMAT).

Café y Teoremas es una sección dedicada a las matemáticas y al entorno en el que se crean, coordinado por el Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), en la que los investigadores y miembros del centro describen los últimos avances de esta disciplina, comparten puntos de encuentro entre las matemáticas y otras expresiones sociales y culturales, y recuerdan a quienes marcaron su desarrollo y supieron transformar café en teoremas. El nombre evoca la definición del matemático húngaro Alfred Rényi: "Un matemático es una máquina que transforma café en teoremas".